

Lời mở đầu

Tôi nhớ năm qua tôi hay nhớ đến các thầy cô và các bạn trẻ, thầy họ thanh niên, sinh viên lớn lên cùng công nghệ. Phần lớn là những bạn đã nghe tôi nói chuyện về những điều mà công nghệ có đồng nghĩa với việc hay đến những bài viết của tôi trên những báo Việt Nam. Trong những thời gian, có hai vấn đề, hay nói cho đúng hơn là hai câu hỏi mà những người hay đến tôi viết trả lời. Những người muốn biết là tôi làm thế nào để chia sẻ thời gian và thi hành bổn phận trong quân đội của mình và học thêm những điều mới mẻ hơn, đến biết là về môn toán học thì khó khăn, nếu không có thầy chỉ dẫn thì không thể. Cũng có những bạn đã đến những người lớn tuổi hơn cho biết là trước đây tôi đã viết một chuyện tình thật mà những làm say mê người đến và các ao ước thầy tôi tiếp tục viết những chuyện tình cảm như ngày xưa tôi đã viết. Để trả lời những câu hỏi, và để đến các bạn có giây phút mua vui khi xuân sang, tôi sẽ bắt đầu những những thi nhân đã nói về Nàng Thơ của mình, để trong bài viết tâm tình này nói đến Nàng Toán của tôi.

Tôi không nhớ là đã mê Toán Học, mà người ta đã gọi là Nữ Hoàng của các môn Khoa Học, từ bao giờ những có thể gọi là đó là một tình yêu của tôi, và để rồi trở nên đam mê công nghệ lý, như trong những câu hát:

*Gặp em, vui mừng một tình yêu,
Gặp em, chuốc lấy muôn sầu.
Đời rồi mà tôi không thể quên nhau,
Giữ hồn trong trái tim đau.*

Tôi nhớ như tôi đã mê thích toán học, những không phải vì thế mà tôi có thể làm mọi phép tính công nghệ hay trở nên nhanh hơn bạn bè trong lớp. Điều đó thực sự phạm vi số học mà về môn này tôi lại không thành thạo. Đôi khi phải giúp một người tính toán nhưng mà tôi cũng sai bét. Tôi hiểu biết thêm về toán học sau khi đến đến một bài viết của giáo sư Hoàng Xuân Hãn trong một số Báo Khoa Học của ông, và hình như là số đầu tiên ra một vào tháng Giêng năm 1942 thì phải. Theo giáo sư họ Hoàng thì toán học không phải là mọi phép tính công nghệ, trừ, nhân, chia hay khai phương vì đó chỉ là toán pháp nghĩa là phép tính. Toán học cũng không phải là cách đo diện tích của một hình hay thể tích của một khối, những những toán học mà người ta tìm ra đến những những định lý vĩnh cửu như ta biết đến đến trong tất cả các hình học mà có cùng một chu vi thì hình tròn có diện tích lớn nhất. Khái niệm lớn và nhỏ khác nhau này nên cùng một lúc với sự phát triển óc thông minh và duy toán học của loài người. Khi người ta nói A lớn hơn B, và B lớn hơn C, vậy thì A lớn hơn C, tức là người ta đã dùng lý luận toán học. Theo tôi nghĩ thì những người có trực giác mạnh mẽ và có óc lý luận thì học toán sẽ dễ dàng. Tôi nhớ một lần thầy ai nói gì mà

trái ngược lại với những điều tôi suy luận ra được, và tôi thấy ngay là tôi nói vậy không đúng, là tôi đặt ngay câu hỏi, có khi có vài người trên, thậm chí họ nói là với mình, và luôn luôn bắt mình đi là: "thế này, mày chớ lý sự cùn". Cái lý sự cùn của tôi thốt ra ít người bắt tôi được. Bởi tôi khi thấy tôi hay lý sự tôi không nghĩ rằng tôi sẽ trở nên một học sinh giỏi và toán mà chỉ cho rằng với cái mình mập hay bắt bắt như vậy để tìm ra chân lý thì tôi sẽ học để trở thành một luật sư.

Mọi tình của tôi với Nàng Toán cứ tăng dần theo thời gian. Mọi học thêm được một môn học mới tôi lại khám phá thêm ra được một vài điều của toán học. Mọi điều là môn đời sống. Theo phương pháp này thì muốn giải một bài toán, nghĩa là tìm ra một số chưa biết, gọi là ẩn số, thì cứ dùng cách x để gọi số này rồi theo điều bài mà viết ra phương trình. Sau đó giải phương trình để tìm ra trị giá của x. Mọi học được phương trình đời sống bắt tôi mang ra giải bài toán mà phần lớn chúng ta ai cũng biết vì đã làm khi đi học. Nhưng bắt tôi học là:

"Vua gà và chó có 36 con. Cộng lại cho tròn 100 chân chẵn. Tìm số gà và số chó".

Tôi giải bài toán bằng đời sống thốt là ngon lành không phải dùng lý luận bắt tôi học khi xưa là thí dụ tất cả đều là chó thì sẽ có $36 \times 4 = 144$ chân, tức là thừa ra 44 chân. Nay mình biến hóa phép biến một con chó thành một con gà thì bớt đi được 2 chân. Muốn bớt đi đúng 44 chân thì phải biến 22 con chó thành gà. Đó là số gà ở trong sân trại và dĩ nhiên số chó phải có là $36 - 22 = 14$ con. Chính vì cái lý luận làm biến chó thành ra gà mà tôi thấy không thoải mái với tôi giải khi xưa. Phương pháp đời sống đi thẳng vào vấn đề đã giải tỏa cho tôi niềm đam mê này. Tôi nghĩ tôi dùng ẩn số x thốt là kỳ diệu. Nếu gọi x là số gà thì tức là có 2x là số chân gà. Còn lại $(36 - x)$ là số chó và như thế số chân chó sẽ là $4(36 - x)$. Cộng lại phải được 100 chân nghĩa là ta có phương trình

$$2x + 4(36 - x) = 100$$

Giải ra ta sẽ có ngay $x = 22$. Bài toán được tôi nhớ mãi cho đến bây giờ nên cách đây vài năm tôi viết lại như là một chuyện vui toán học để cho một ông Trưởng Nguyễn Ngọc Việt đi sang Bắc Kinh và dùng phương pháp đời sống với ẩn số x để giải quyết được nhiều việc cho Hoàng Đế thiên triều. Bài viết được đăng trên báo Phụ Nữ Việt với nét hóm hỉnh của nhà sĩ Long Ân.

Cái tinh thần toán học đã giúp cho loài người luôn luôn cải tiến môn học này để đi tới tuy rằng đôi khi chân thiện mỹ. Chính cái tinh thần này, hình như đã có sẵn trong con người tôi, đã giúp cho

tôi hành x chân th t trong cu c đ i. Đôi khi cũng có ng i nh c nh i cho tôi s vi c này. Trong s báo ra ngày 4 tháng M i, năm 2002 c a tu n báo Vi t Mercury California, có bài vi t c a giáo s Đ Quý Toàn làm tôi chú ý. Đ Quý Toàn là nhà th , nhà báo, và ông cũng là giáo s d y tài chánh h c t i các đ i h c McGill, Québec và Concordia Canada. Ngoài ngành chuyên môn v "lý thuy t tài chánh và th tr ng v n" ông còn là Ch bút t p chí Th K 21 t i California t năm 1989 cho đ n năm 2001. Tôi vi t gi i thi u dài dòng v chuyên gia kinh t Đ Quý Toàn, tác gi c a bài báo "T ng Th M c Ngh ch" trong m c hàng tu n v "Đ i S ng Kinh T " c a Vi t Mercury mà tôi đ c đ c, là c t đ b n đ c hi u đ c c m xúc c a tôi lúc b y gi . Tôi xin phép tác gi và Tu n báo Vi t Mercury đ c trích nguyên văn nh ng câu m đ u c a bài vi t nh sau :

"M i sinh ho t dùng đ n ch t xám đ u có m t th vui thú riêng ng i ngoài không hi u đ c i c i nh nhân gian không th hi u, nói nh thi sĩ Du T Lê.

Tôi nh th a nh h c toán v i giáo s Nguyễn Xuân Vinh, th y giáo cùng v i c i p gi i m t bài toán xong r i, giáo s c đ ng đó suy nghĩ không nói gì c . Nhìn ông m t lúc thì tôi cũng đ ng ý. Cách gi i đó đúng r i, nh ng không đ p. Ch c ch n có th tìm m t cách gi i đ p h n, "élégant" h n, nh giáo s Vinh hay di n t b ng ti ng Pháp.

Đ i v i ng i bình th ng thì gi i đ c bài toán xong coi là đ , nh ng đ i v i m t ng i yêu toán h c thì h nh phúc đ i là tìm đ c m t bài gi i "élégant".

Sau ph n m đ u này thì tác gi b c vào ph m vi chuyên khoa c a mình. Bài báo t t nhiên là vi t cho nh ng đ c gi hàng tu n luôn theo dõi nh ng v n đ kinh t . Nh ng v i tôi, nh đ c bài báo mà tôi i y đ c ni m tin, nh ng i tìm ra đ c chân lý, là h c toán, và hi u đ c tinh th n toán h c giúp ta th y cu c đ i t i đ p h n, vì ta luôn luôn c tìm ra cái khía c nh t t đ p c a ngay c nh ng s vi c r t bình th ng.

Môn đ i s cũng c n ph i chút tính toán i m c m nên tôi v n ch a hoan h cho i m. Cho đ n lúc đ c h c nh ng đ nh lý đ u tiên trong môn Hình H c thì tôi hoàn toàn b toán h c cảm đ và gi c m ng ban đ u c a tôi là tr thành m t toán gia. Trong năm đ u tiên đ c bi t t i môn hình h c thì tôi nh n th y ngay r ng nhi u tính ch t và đ nh lý hình h c t ng quan đ n nh ng hình tam giác và vòng tròn tôi đã t tìm ra đ c khi còn i nh ng i p ti u h c tôi t p v nh ng hình này b ng compa và th c k th ng. Theo tôi thì trong toán h c, môn hình h c th t là đ p tuy t v i. Tri t gia đ i danh c a Hy L p đ i x a là Plato (428-348 tr c Công Nguyên) đã thuy t gi ng cho môn đ i m t v n cây nhi u bóng mát i g n thành Athens và đ t tên cho khu đó là

Akademeia và cho khä trên cäa vào hàng chä: "Ai không phäi là nhà hình häc thì đäng vào cäa này". ä thäi đäi cäa Plato, Hình häc đä cä coi nhä là mät môn toán häc siêu đäng. Ngäi đäi sau cũng đã đäa theo tä chäc cäa Plato và läp ra nhäng Viän Hàn Lâm, gäi theo tiäng Pháp là Académie hay theo tiäng Anh là Academy đä chä mät häi trí thäc väi sä thành viên hän chä nhäm phát huy mät bä môn văn hóa, khoa häc hay kä thuät.

Tuy nhäng ông thäy ä nhäng läp tiäu häc cũng đã khen tôi là có năng khiäu vä toán và khuyän khích tôi theo đäi ngành này, nhäng phäi đäi cho đän nhäng năm cuäi cäa bäc trung häc và nhäng năm bät đäu vào đäi häc tôi mäi quyät đänh gät bä hät nhäng cảm đä khác nhä Đäc khoa hay Văn chäng thuän túy đä chuyên tâm theo toán häc. Giáo sä Phó Đäc Tä là vä thäy đäu tiên cäa tôi có mät trình đä cao häc vä môn này väi văn bäng cä nhân toán häc ông đät đäc trong nhäng năm theo häc ä Pháp. Tôi theo häc chäng trình Tú Tài Toán väi thäy Tä Träng Trung Häc Nguyễn Khuyän, Nam Đänh, lúc đó theo kháng chiän chäng Pháp đäc di chuyän vä Yên Mô ä Ninh Bình. Nhäng năm theo häc bäc chuyên khoa väi thäy Tä Yên Mô đã giúp cho tôi nhän thäc räng phäi có mät lý luän chät chä, không có sä hä, träc khi quyät đoán bät kä mät đäi u gì. Tôi có đäc ý thäc này sau khi đã giäi cän kä chäng hai trăm bài toán hình häc ä trong cuän Géométrie, Classe de Mathématiques cäa Brachet, đäo äy chä có mät cuän đäc nhät truyän tay nhau giäa các häc sinh läp đä Nhät Bäa thäy Phó Đäc Tä. Sau khi đäu Tú Tài Toán ä Yên Mô, Ninh Bình vào năm 1949, tôi vào trong Nam Đän thuäc tänh Nghä An đä häc Toán Häc Đäi Cäng väi giáo sä Nguyễn Thúc Hào. Có thä nói là nhóm sinh viên häc toán cäa chúng tôi đã là nhäng ngäi ham mê kiän thäc nên đã län läi täm sä häc đäo, đi xa nhà hàng trăm cây sä mà tiän thät läng chä đä chäng mät hay hai tháng ăn ä. Lúc đó vì chäa có mät chính phä quäc gia Viät Nam, nên ä ngoài miän quê đäi sä kiäm soát cäa Viät Minh chäa có nän đäi häc. Trên toàn quäc chä có hai läp mä ra đä đäy toán häc cao cäp, đät ä đäa phäng đã có sän giáo sä, là mät läp ä Nam Đän, näi quê häng di tän cäa giáo sä Nguyễn Thúc Hào, và mät läp ä trên Viät Bäc là näi có ông Nguyễn Xiän đang làm viäc trong äy Ban Kháng Chiän Toàn Quäc. Läp Toán cäa chúng tôi có chäng hän mäi ngäi và ai cũng đäc mäi làm gia sä cho mät gia đình khá giä trong vùng đä täm thäi có chä ăn ä theo đäi viäc häc. Ngoài văn bäng cä nhân Toán häc, giáo sä Hào còn có mät bäng cao häc là bäng Giäi Tích Cao Cäp (Analyse Supérieure). Ông thäng nói ä trong läp là ông rät tiäc không có đäp theo häc cä văn bäng Hình Häc Cao Cäp (Géométrie Supérieure) là mät môn ông rät äa chuäng. Theo läi ông giäi thích thì lúc đó ä Pháp có 17 Khu Đäi häc mä chung quanh nhäng đô thä län mà chä có Đäi häc Paris và Đäi häc Marseille là có văn bäng Hình Häc Cao Cäp. Nhäng năm cuäi cùng ông theo häc ä Paris thì giáo sä giä môn Hình Häc läi nghä đänh kä nên ông đã chän ghi tên häc môn Giäi Tích. Theo häc ä Nam Đän đäc näa năm thì thân phä tôi qua đäi và tôi phäi häi cä vä Hà Näi. Tä đó trä vä sau các giáo sä toán cäa tôi đäu là ngäi ngoäi quäc, nhäng bao giä tôi cũng nhä täi các vä giáo sä ngäi Viät vì các thäy đã là nhäng nguäi khai tâm cho tôi, làm cho tôi thäy yêu thích môn toán häc, đä mä cho tôi biät mät chân träi mäi có đäy hoa thäm cä lä.

Là mät nhà khoa häc, tôi không tin ä sä mänh và vän thäng nghä là mình phäi luôn luôn cä gäng tä läp läy cuäc đäi hän là trông cäy vào duyên may đä tiän thân. Tuy väy có mät sä tình cä

Tôi ra trường sĩ quan trường Thiếu Đốc với cấp bậc chuẩn úy công binh và được chuyển ra mặt đất để làm công việc ở Thái Bình. Về địa điểm và được chuyển công tác tháng thì tôi được được thông báo có khóa thi tuyển sinh viên sĩ quan vào Trường Võ Bị Không Quân Pháp ở Salon de Provence. Trường này là một trong bốn Trường Võ Bị ở Pháp, cùng với những trường Polytechnique, St Cyr cho Lục quân và Brest cho Hải quân. Trình độ cho thí sinh thi vào trường được với năm đầu chương trình công nhân khoa học. Khóa thi năm 1952 mà ở Việt Nam có 5 người trúng tuyển và tôi được được đầu tiên. Sau khi đi khám sức khỏe thì tôi và hai người bạn đã đi đầu tiên theo ngành phi hành và sau đó đi Pháp theo chương trình huấn luyện ba năm. Còn hai người bạn được khóa được theo lớp sĩ quan kỹ thuật khí hàng không theo thời hạn hai năm. Vì theo học

Bài viết của giáo sư Hoàng Xuân Hãn với tựa đề là "Toán Học" mà tôi đăng được khi tuổi tôi mới hai mươi hai, chỉ có hai trang báo ngắn nhưng viết rất hàm súc nên tôi nhớ như uởo. Theo ông thì "những phần của toán học chỉ là một vài thứ quý đẹp, hiếm giá vô-dùng như một bông hoa quý mà thôi. Những thứ vô-dùng vô-dùng mà bỏ. Tuy là vô-dùng, nhưng đó là tinh túy của trí khôn loài người. Và những sự bày giở vô-dùng một ngày kia sẽ thành hữu-dùng". Trong những năm ở Pháp, những việc chính của tôi là học để trở thành một sĩ quan phi công và tôi đã cố gắng để không thua kém những sinh viên sĩ quan Pháp, và quân sự cũng như phi hành. Những lý thuyết về toán tôi học thêm được dù có vô-dùng, không giúp ích gì cho tôi thành một phi công tài ba hơn, một chiến sĩ can trường hơn, nhưng vì đó là những bông hoa quý nên tôi học thêm về toán chỉ để cho cuộc đời tôi thêm những sự. Rồi có những ngày thao dượt, phi trường gió cát, ngói đổ vào thân một cây gỗ ở miền Bắc Phi, đi đến phiên bay, tôi nghĩ coi là những công thức toán học đã được ghi trên một cuốn sổ nhỏ, hay những ngày đông mùa tuyết, những bông hoa của Pháp cùng trường đua và nhà nghề là Giáng Sinh, tôi ra phố thuê một căn phòng nhỏ để nghỉ ngơi những ngày những người bạn tôi phân tôi một học được trong sách. Vì phải học quân sự và kỹ thuật lái phi cơ bay nên những thì giờ rảnh rang cho tôi để học thêm những gì tôi muốn học thì là hiếm hoi. Sau vẫn bằng cấp nhận, thay vì học thêm về cơ học, hay về khí động lực học là những môn học có dính líu ít nhiều đến ngành hàng không là công nghiệp của tôi, tôi lại ghi tên học môn hình học. Tôi trình bày này, hình học không còn phải là môn hình học thông thường, và những vòng tròn, những đường thẳng, nhìn không gian theo ba chiều, mà là môn học những hình chỉ có trong trí tưởng tượng, luôn luôn biến đổi theo không gian và thời gian. Tôi thấy như trở về thời của Plato, hai mươi hai thế kỷ trước, khi hình học tưởng tượng cho những gì tinh túy nhất trong toán học, và môn toán học đã được nâng lên hàng triết lý siêu đẳng. Như trong bài luận thuyết của giáo sư Hoàng, những điều tôi học, những năm sau tôi mới thấy hữu-dùng. Khi đó tôi chỉ hiểu được rằng một khi biên giới của một học không gian ba chiều được xóa bỏ, trí tưởng tượng của con người tiến lên được một bước, hiểu những suy luận được của mình hơn.

6 / 14

nội tôi ghi tên thì vị giáo sư phụ trách là ông Paul Vincensini, lúc đó cũng đã trở ng tu i. Tôi được biết rằng trình độ có hai phần, phần đầu là phần căn bản môn hình học vi tích (Géométrie Différentielle), sinh viên cao học ai cũng phải biết, và phần sau tùy thuộc môn nghiên cứu được ngành thì của giáo sư và ông Vincensini cũng chuyên dạy về Mặt diện tích tối thiểu (Surfaces Minima) như ông Garnier dạy ở Paris. Vì tôi phải ở trong Trường Võ Bị Không Quân, và học phần không thu được hàng không khá nặng nề, và phần hình học bay nên không có dịp đi đến học nghe giảng. Được cái may là tôi có một người bạn học môn hình học vi tích thì bạn ấy đã được giáo sư Gaston Darboux, bí thư vĩnh viễn của Hàn Lâm Viện Khoa Học Pháp Quốc viết thành một bộ bốn pho sách, mỗi cuốn dày hơn 500 trang và lý thuyết mặt diện tích tối thiểu đã được giáo sư Garnier dạy ba năm liền tại Đại học Paris và năm nào cũng được in ronéo thành sách nên tôi đã sớm tìm mua được tất cả những tài liệu đó để khi có thì giảng như nh nhĩ mà miễn mệt học. Giờ nghĩ lại, tôi cho rằng Trường Vô Kỵ khi được Cựu Hoàng Chân Kinh cũng không chắc đã chăm nghiên cứu môn học tôi thì bạn ấy. Tuy vậy tôi vẫn thấy lo ngại vì những lớp cao học trường ít người, giáo sư biết rằng sinh viên mới, tuy theo Đại học Pháp, các phân khoa được gọi là Faculté de Droit, Faculté des Sciences, vân... vân ..., có nghĩa là sinh viên được tùy tiện đi học hay không, giáo sư Vincensini cũng suy nghĩ là tôi không bao giờ có mặt tại giảng đường. Đầu năm 1954, vào dịp Tết Nguyên Đán năm ấy, vì là người Việt Nam nên tôi được trường được biết cho nghỉ một ngày, không phải là ngày cuối tuần nên tôi đi ngay trường khoa học ở Marseille, để ít nhất cũng được nghe giảng một lần. Tôi còn nhớ mỗi ngày Mùa xuân Tết năm ấy, một buổi chiều mùa Đông tuy ấm, tôi chọn ngồi bàn đầu để ít ra giáo sư cũng thấy mặt. Lớp học có vào khoảng gần hai chục sinh viên, nhiều người trông lạ tuấn, có lẽ là giáo sư toán bậc trung học, nay luyện thi thạc sĩ để được vào chính ngạch. Cùng trong lớp tôi thấy có một nữ tu sĩ, tôi nghĩ là để làm quen, nên sau giờ học tôi đến hỏi thêm bà về những môn đã được dạy từ gần bốn tháng qua. Bà cho tôi biết là "soeur" Arigli, một nữ tu viện gần đó và là một giáo sư toán một trường trung học. Sau một lát nghe giảng, ghi bài, lúc về nhà bà lại chép vào một cuốn vở khác nên khi tôi hỏi một bài bà vui lòng nói chuyện hai hay ba tuần một lần, tôi lại tu viện bà lại cho tôi mượn cuốn vở cũ. Thế đó tôi yên tâm hơn vì ít ra cũng biết giáo sư Vincensini chú trọng đến nào trong những bộ sách tôi có.

Cuối niên học, tôi được Trường Võ Bị Không Quân cho nghỉ phép đi thi và sau hai ngày thi viết lúc tôi coi giấy yết thì những người đòi được vào viết đáp, tôi thấy có 8 người, tên tôi lấy viết nên viết cùng. Nữ tu sĩ Arigli không được chọn đầu. Tôi cũng thấy buồn lây vì nghĩ rằng một người nhân học và học chăm chỉ như bà, chắc phải là một giáo sư tận tâm, dù tên không phải là viết A nhưng cũng đáng được đứng đầu bảng. Tôi nhớ được coi về chép bài của nữ tu sĩ Arigli nên thi viết đáp trả lại được trôi chảy và được bảng cao học với hình bình thường. Giờ đây một lần nhìn thấy những sách hình học trên giá sách, nghĩ đến người bạn học cùng lớp đúng một ngày Tết, tôi chợt thấy mình đã không biết tên và tên của người nữ tu.

Niên học 1954-1955 là năm cuối cùng tôi ở trên đất Pháp. Nghỉ phép bay thêm một lần nữa làm tôi di chuyển. Khi rời nước, cách đây hai năm chúng tôi có ba người được gọi đi theo học chương trình sĩ quan phi công theo đúng tiêu chuẩn của Pháp. Chúng tôi đã theo học trình như các sinh viên sĩ quan Pháp, nhưng nay chỉ còn tôi và người bạn đồng nghiệp khóa là anh Hà Xuân Vinh được học

gì tôi cần c không quân Avord, thu c h t Cher đ đ c hu n luy n thành phi công bay phi c (vol aux instruments) trên phi c hai đ ng c MD 315. M t b n cùng l p v i chúng tôi là anh Lê Đình Cao l i b lo i v bay. Sau này tr v n c anh h c l i đ tr thành m t bác sĩ y khoa. Căn c phi hành chúng tôi đ c chuy n t i ngay phía Nam thành ph Paris, cách ch ng hai gi đi xe l a, m i ngày có nhi u chuy n, đi v r t ti n l i. Vì th tôi xin chuy n h s sinh viên t Marseille lên Đ i h c Paris đ h c ti p ch ng trình ti n sĩ qu c gia toán h c. Dù bi t là tôi ch còn đúng m t năm Pháp, không th nào làm cho xong lu n án, nh ng tôi v n nghĩ r ng s có m t ngày đ t đ c m ng c là đi cho đ n t n cùng c a n n h c v n. T i giai đo n này tôi đã h i đ đ c đi u ki n đ làm lu n án. Ch còn v n đ là tìm đ c m t giáo s b o tr và m t đ tài kh o c u. V Không Quân, chúng tôi đã h c xong ph n lý thuy t, c v k thu t l n quân s , và nay c căn c Avord ch còn ph n phi hành, m i tu n ch bay có năm ngày nên c đ n t i th Sáu là tôi l i đáp tàu đi Paris đ đ n khuya Ch Nh t m i tr v căn c. Trong nh ng th i gian kinh thành ánh sáng, tôi s ng hòa mình vào cu c s ng c a m t sinh viên gi a khu La Tinh. Tuy ti n l ng c a tôi lúc đó, đ c lnh nh m t sĩ quan phi hành c p úy, th a đ cho tôi s ng nh ng ngày cu i tu n Paris nh m t du khách, nh ng tôi v n t i ăn nh m t sinh viên nghèo Maison des Provinces trong khu Cité Universitaire đ có th c s h ng kh i mà chuyên c n đèn sách. Nh ng đ p cu i tu n th ng hay có nh ng bu i thuy t trình đ c bi t Collège de France, l n nào có chuyên khoa v toán h c tôi cũng t i tham d . Thì gi còn l i tôi t i th vi n c a Faculté des Sciences đ tìm đ c lu n án ti n sĩ đã đ c b o v tr c đây. Tôi cũng đ c g p m y giáo s đ xin h đ tài kh o c u. M i l n t i g p m t v nào tôi cũng đã b nhi u thì gi đ đ c sách và nh ng n trình toán h c c a h đ có th h i thêm và trình bày ý t ng c a tôi m t cách m ch l c. Sau m y tu n l tìm g p nhi u giáo s thì tôi cũng ch n l a đ c hai đ tài nghiên c u, m t v ph ng trình vi phân (Équations Différentielles) và m t v phép tính bi n thiên (Calcul des Variations), và sau khi th o lu n v i các v th y h ng đ n chúng tôi đ u đ ng ý là ph i m t th i gian nghiên c u ch ng ba năm m i có th hoàn thành lu n án đ c. Trong khi y thì th i gian qua đi mau chóng, ch ng trình hu n luy n bay c a tôi cũng đã hoàn t t. Tôi đã nh n đ c gi y h i h ng. S h c c a tôi l i thêm m t l n b gián đo n. Chi n tr n Đ i n Biên Ph trong năm qua đã th c s cáo chung s hi n di n c a ng i Pháp trên bán đ o Đông D ng. Riêng Vi t Nam, m t Chính ph qu c gia, có m t quân đ i riêng đ b o v non sông, đã đ c hình thành. V i l p ng i chúng tôi t Pháp tr v n c, ngoài hai chúng tôi là phi công t tr ng Võ B và hai trung úy k s h c cùng khóa đã v năm tr c, còn r t nhi u phi công và c khí viên h c theo nh ng ch ng trình khác, nay cùng v đ xây đ ng m t không l c cho đ t n c. Tôi nghĩ là l n này tôi s th c s x p bút nghiên.

T nhi u năm nay, Vi t Nam đã có m t n n đ i h c, và s ng i đ c g i ra theo h c n c ngoài cũng khá nhi u. Nh ng riêng v khoa h c, đ c bi t là nh ng ngành chính nh toán, v t lý và hóa h c thì s ng i đ t t i trình đ cao h c v n còn th a th t. Khi tôi b t đ u vào Trung h c, thì đ c nghe nói là ngoài m t s các v th y đã có văn b ng c nhân, còn đ t đ c trình đ th c sĩ toán m i ch có giáo s Hoàng Xuân Hãn. Theo ông Nguyễn Xi n là ng i học cùng th i thì ông Hãn là ng i đ u tiên đ u th c sĩ toán h c vào năm 1936. Ngoài ra tôi cũng đ c nghe nói là ng i đ u tiên có công trình kh o c u xu t s c và đ u ti n sĩ toán h c là ông Lê Văn Thiêm. Sau này có thêm nhi u ng i đ c văn b ng ti n sĩ toán h c, th ng là Pháp, nh ng s l ng v n ch còn đ m đ c trên nh ng đ u ngón tay. Vì v y tôi cũng th y bu n cho mình khi ch còn m t ch ng đ ng ng đ xong h c v ti n sĩ qu c gia toán h c mà tôi ph i

ngôi ng i m t th i gian. Khoảng th i gian ng ng i, t năm 1955 khi tôi Pháp v Việt Nam, cho đ n năm 1962 khi tôi sang Hoa K đ tr i v i sách đèn, đã cho tôi có đ p đ c hãnh di n ph c v trong quân đ i trong ch c v T L nh Không Quân đ đem h t c nh ng gì tôi đã h c h i đ c, cùng v i h n năm ngàn chi n sĩ huynh đ xây đ ng nên Không Quân Việt Nam C ng Hòa đ sau này có ngày tr nên m t không i c hùng m nh đ ng vào hàng th t trên th gi i. Cùng m t lúc, vì bi t n c nhà còn thi u m t cách tr m tr ng nh ng giáo s toán h c, sau khi đ c b Qu c Phòng cho phép, tôi đã tình nguy n d y m i tu n 4 gi Toán cho Tr ng Trung H c Chu Văn An ở Sài Gòn. Công vi c ph tr i này đã giúp cho trí não tôi đ c quân bình gi a hai nghi p văn và võ. Nh ng bài gi ng c a tôi v sau cũng đ c B Qu c Gia Giáo D c in thành sách.

Vì Không Quân, đ i quy n ch huy c a tôi, x đ ng toàn nh ng phi c c a Hoa K , nên tôi đã đ c m i sang M hai l n đ thăm vi ng nhi u căn c hu n luy n và k thu t đã làm vi c tr c ti p v i chúng tôi trong nh ng năm qua. Năm 1960, khi t i thăm Air Force Institute of Technology ở Wright Patterson Air Force Base ở Dayton, Ohio, tôi đ c bi t Không Quân Hoa K có ch ng trình g i sĩ quan t i nh ng đ i h c dân s đ theo h c trình đ ti n sĩ u ngành. Khi v nhà tôi ng ý v i nh ng c v n M làm vi c ở B T L nh là trong t ng lai tôi cũng mu n đ c sang m t đ i h c ở Hoa K đ h c cho xong ch ng trình ti n sĩ toán h c. Sau nhi u l n v n đ ng v i B T L nh Không Quân Hoa K ở Hoa Th nh Đ n, nh ng ng i b n M c a tôi đã thu x p cho tôi đ c m t h c b ng theo h c môn khoa h c hàng không và không gian ở đ i h c Colorado. H cho tôi bi t là tôi v n có th h c thêm v toán h c nh ng trên gi y t nên ghi là tôi theo h c v ngành hàng không cho h p lý h n. Ph i đ i thêm hai năm tôi m i xin đ c t nhi m đ nh n h c b ng và lên đ ng du h c vào tháng 8 năm 1962 đ nh p h c khóa mùa Thu ở đ i h c Colorado.

Câu chuy n h c c a tôi sau này, đã nhi u l n tôi k i qua nh ng bài ký s tôi vi t cho nhi u báo và đăng thành t p tùy bút v i đ là "Theo Ánh Tinh C u" do nhà sách Đ i Nam xu t b n. Th i gian tôi t i theo h c ở Hoa K thì khoa h c không gian đang b t đ u phát tri n. Vì v y, vào năm 1965 tôi đã là ng i đ u tiên đ c c p phát văn b ng ti n sĩ khoa h c hàng không và không gian c a đ i h c Colorado. S vi c này cũng đã đ c chính th c ghi trong cu n sách "Proud Past, Bright Future" nói v l ch s c a Tr ng K Thu t c a đ i h c. Lu n án tôi n p th c ra là m t lu n án toán h c vì tôi đã vi t v hình h c qu đ o. Tôi đã vi t nhi u bài v v n đ này đ đăng trên các báo khoa h c qu c gia và qu c t và trình bày ở các h i ngh khoa h c không gian. Nh v y mà tôi đ c nhi u đ i h c m i gi ng d y. Sau khi t t nghi p, tôi đ c m i ở Đ i h c Colorado v i ch c v assistant professor và sau ba năm đ c đ i h c Michigan m i t i làm associate professor. B n năm sau, nghĩa là vào năm 1972 tôi đ c đ i h c Michigan b nhi m v i nh v i ch c v giáo s th c th là ng ch cu i cùng trong ngành gi ng hu n. S th ng c p có th g i là r t nhanh chóng c a tôi ở m t đ i h c đ ng vào hàng đ u v môn khoa h c không gian nh đ i h c Michigan là do tôi đã làm vi c ngày đêm không qu n ng i, c t đ ch ng minh kh năng c a ng i mình cũng có th thành công ở nh ng ngành khoa h c t i tân nh t c a th k . Trong nh ng năm đ u ở Michigan, tôi th ng hay có đ p đi đ nh ng h i ngh v khoa h c không gian ở Âu châu, và m t l n ghé thăm đ i h c Paris, tôi đ c

biết là học sinh theo học chương trình tiến sĩ quốc gia toán học của tôi và nhận công thi và theo thủ tục hành chính tôi chỉ cần ghi danh vào năm tôi muốn trình luận án. Cũng là duyên may cho tôi là giáo sư phụ trách môn học giải tích ở đại học Paris, là môn học tôi đang triển khai lúc đó, tôi là ông Paul Germain, hiện đang là Bí thư vĩnh viễn (Secrétaire Perpétuel) của Hàn Lâm Viện Khoa Học Pháp quốc, và cũng là người đã nghe tôi thuyết trình về những học hỏi quốc tế và đã tận tâm chú ý đến những kết quả tôi tìm ra được. Tôi đã tiếp gặp ông Paul Germain ở văn phòng ở đại học Paris và được ông khuyến khích viết cho xong luận án và ông cũng hứa xếp đặt cho tôi được một ban giám khảo gồm có những giáo sư danh tiếng của đại học. Ngày 9 tháng 6 năm 1972, trước một ban giám khảo gồm có năm vị giáo sư lão thành do ông Paul Germain chủ trì, tôi đã trình luận án với đề là "Étude de quelques équations différentielles linéaires et non linéaires avec applications à la mécanique céleste" và được cấp văn bằng tiến sĩ quốc gia toán học của đại học Paris với thụy hiệu danh dự (mention très honorable). Lúc đó tôi đã là giáo sư thỉnh thoảng của đại học Michigan, nên có thêm văn bằng tiến sĩ của Pháp thật không có nghĩa gì đến công nghiệp của tôi. Những đồ đó giáo sư Nguyễn Chung Tú là khoa trưởng Khoa học ở Viện đại học Việt Nam ở Sài Gòn đã viết thư báo cho tôi biết là, theo đề nghị của hai giáo sư toán là Trần Ngọc Tấn và Nguyễn Đình Ngọc, Hội đồng khoa đã bỏ phiếu chấp thuận mà tôi và gia đình trong một thời gian. Tôi nghĩ rằng nếu có cả hai văn bằng Pháp và Mỹ thì trong khi thăm viếng gia đình tôi sẽ dễ dàng đóng vai người phân giới một khi có sự tranh chấp hay xích mích giữa các giáo sư ở hai nền văn minh khác nhau. Hai năm sau, trong niên học 1974-1975 tôi được mời làm khảo cứu và giảng dạy ở Pháp. Đây là những dịp nghề nghiệp đáng kể ở đại học, cả một vài năm tôi đi giáo sư được nghề đi làm khảo cứu hay giảng dạy ở một nơi khác để có dịp trao đổi ý kiến với những bạn đồng nghiệp.

Hai năm sau, trong niên học 1974-1975 tôi được mời làm khảo cứu và giảng dạy ở Pháp. Đây là những dịp nghề nghiệp đáng kể ở đại học, cả một vài năm tôi đi giáo sư được nghề đi làm khảo cứu hay giảng dạy ở một nơi khác để có dịp trao đổi ý kiến với những bạn đồng nghiệp ở nơi xa. Tôi đã đoán là sau năm thăm viếng ở Pháp, tôi xin nghề thêm mấy tháng để về dạy ở Đại học Sài Gòn. Ý định này tôi chủ trì hiện được thì đã có sự thay đổi trên quê hương.

Tôi có thể nói không chút ngần ngại là tôi mê toán học từ nhỏ, nhưng mấy câu thơ tôi được đọc ở đâu đó và tôi viết tôi là phần mềm. Tôi yêu toán học như tôi đã yêu viết văn và làm thơ, vì tôi nghĩ theo học toán không hẳn sẽ làm cho tâm hồn khô cứng vì những nguyên tắc sáo rỗng là có năng khiếu về toán thì những nguyên tắc là những nguyên tắc có óc tưởng tượng phong phú và cũng có thể là những triết gia. Nói theo cách khác, họ cũng có óc thẩm mỹ không thua kém gì những người và tin cho mình là thi sĩ. Đó là một chân lý vì muốn đi vào nghiên cứu và phát minh, toán gia cần phải có một bộ óc giàu tưởng tượng, phải có chút ít thơ mộng, vượt qua những tầm thường gò bó của thực tế. Nhà toán học Đức quốc gia danh Karl Weierstrass (1815-1897) của thế kỷ 19 đã viết rằng: "It is true that a mathematician who is not also something of a poet will never be a perfect mathematician" .

Câu này có thể tóm tắt là: "Thật đúng vậy, là một toán gia nếu không cùng một lúc là một thi sĩ thì không thể nào là một toán gia vẹn toàn được".

Vì tin tôi nói của Weierstrass, là một toán gia tôi rất hâm mộ, nên đôi khi trần trụi về một bài toán mà tôi chưa tìm ra được cái lý giải toàn vẹn, một lý giải chưa thật "élégant" như giáo sư Đỗ Quý Toàn đã viết là đôi khi đã phát biểu trong lớp đang dạy, tôi cũng đã từng ngẫm bút, làm thơ. Dưới đây là một bài tiêu biểu:

Tình Học

*Anh tìm em trên vòng tròn xoay ngác,
Nét duyên kỳ u trong tựa không gian.
Đôi trái tim theo nhịp điệu tuôn hoàn,
Còn tim tôi chờ theo chiều hướng o.
Bao mơ ước, phôi chi là nghẹn chèo,
Bóng thoi gian, quy chiều xu hướng dần.
Nghĩ tìm sự tìm, gửi chèo có hờ vô,
Đường hướng hi vọng, hay phân kỳ gửi tích.
Anh chèo đời một tôi em gửi thích,
Qua môi trường có vòng chuẩn chính phôi ng.
Hỏi đo đạc hướng đời của tình thơ ng,
Định lý đời, tìm ra vì giao hoán.
Nếu mai đây tôi quan thành gián đoan,
Tính không ra phôi ng chính của cấp thang.
Anh ra đi theo hàm số n tàng,
Em trên vòm thành phôi ng trình vô nghĩ m.*

Toàn Phong

Tôi hay được mời đi thuyết giảng về khoa học, và cũng nhiều lần được mời nói chuyện với người đồng nghiệp. Vì vậy tôi có số hai bên tiêu su. Bên tiếng Việt thì tôi có thêm ít chi tiết về những sáng tác văn thơ. Còn bên tiếng Anh thì tuy cũng ngắn gọn như bên tiếng Việt nhưng chắc có những điểm thú vị về khoa học. Ngày tháng 9 tháng Năm, năm 1997, đúng vào ngày ông Peterson là vị đại sứ đầu tiên của Hoa Kỳ tới Hà Nội để quan hệ ngoại giao với Việt Cộng, theo lời mời của Tổng Chủ tịch Quốc Tế Ym Tru Cao Trào Nhân Bản, tôi tới nói chuyện ở Falls Church thuộc tiểu bang Virginia trong Ngày Nhân Quyền. Buổi diễn thuyết gây quỹ ở nhà hàng Thiên Tài đêm hôm đó, và tôi đã nói về đề tài "Vòng Cổ Học", đã rất thành công vì có hơn 600 người tham dự, và trong phần giải thiêu diễn giải, vì có một số nhân vật Hoa Kỳ hiện diện nên xôn xao ngôn viên đã dùng bên tiếng Việt để dịch ra tiếng Anh tiêu su của tôi như là một giáo sư toán

học không gian nhúng cũng là một nhà văn và nhà thơ. Sau đó có một vị khách ngoại quốc đến xin tôi một bài thơ tôi đã viết bằng tiếng Anh, ông nói là để gửi làm kỷ niệm. Trước đây tôi đã viết một vài truyện ngắn bằng Anh ngữ và đăng trên Empire Magazine là tuần báo ra ngày Chủ Nhật kèm với nhật báo Denver Post. Tôi cũng đã viết ra được vài bài thơ bằng tiếng Pháp. Nhưng lần này để chiều lòng người khách ngoại quốc và cũng để chứng tỏ rằng tôi coi Nàng Toán và Nàng Thơ như nhau, tôi đã viết một bài thơ Toán bằng Anh ngữ như sau để gửi cho ông:

A History of Mathematics

A poem by TP

*Cro-Magnon Man added his fingers,
And lying beside his mate calculated hers.
With the dawn of Paleolithic art
Men foresaw early geometric signs in the race's future
Drawing into Mesolithic agriculture.
Circumscribing the hallowed lands
Recovered from Mother Nile,
Gazing into the starlit sky
After the death of Zeno,
Hippocrates of Chios
Heralded the iconic birth of Plato.
Euclid's Elements are monumental:
From Seigneur to Vassal, in two or three dimensionals,
They transverse the planes of our world,
High or low, narrow and wide.
Without subterfuge or ruse,
Running through the ancient streets of Syracuse,
Archimedes kept crying:
Eureka! Eureka!
I found it!
Plenitude and perfection,
Through centuries of reflection,
From Medieval rings
To Feuerbach's circle, it's located
Within its divine nine points
And the conic sections of Dandelin.
Infinite series were beloved of Maclaurin.
With the Queen of Sciences on his side,
The Universe cannot hide.
In the exploits of those Three Musketeers,
Lagrange, Laplace and Legendre,*

*Libration points and elliptic resonance
Finish in full concordance.
In the age of Einstein
Appear Hardy of Britain,
And Ramanujan of India.
From India the distant land
To the shores of fair England
A Hindu genius self-taught.
Several years after Hausdorff
Mathematics turns abstract,
With domain linked and compact.
Transversing the geodesic lines
Without measuring,
How do we escape the Klein Bottle?
Dancing and singing
On the bridge of Avignon,
Thinkers tinker with Hamilton's quaternions.
Balanced forever on the Mobius strip
Without traversing the surface
We morph ourselves to the other side.
Lindemann proved Pi transcendental,
While Hermite showed e transformational.
Theorems proved without doubt immortal.
Higher space or hyperplane
Conclude in the Markov chain.
Dreamer, poet or mathematician,
Hardy said we are makers of patterns,
Designs in Hilbert or Banach spaces.
For integration, let us have Lebesgue.
Set theory and topology,
Pure invention - just ask Bourbaki.
Calculus of variations
Opens the way to control theory.
Shall we name the last universalist?
Can it be Carl Gauss or Henri Poincaré?
Can we have both? A mathematical impossibility?
Not if they converge in eternity.*

Toàn Phong

Nhưng có một điều tôi phải thú nhận là nếu tôi đi lên mà thấy hay tuy tôi thì còn ngốc i
toán không thì nào toàn vãn. Tôi đã trích lời viết của Weierstrass trong cuốn sách "Men of

Mathematics" của giáo sư Eric Temple Bell thuộc California Institute of Technology, trong chương sách nói về Karl Wilhelm Theodor Weierstrass, một trong những toán gia hàng đầu của thế kỷ 19. Cuối chương sách này giáo sư Bell cũng bày tỏ ý kiến rằng: "A perfect mathematician, by the very fact of his poetic perfection, would be a mathematical impossibility". Theo tôi hiểu thì không có thể nào ốm đẽm mà nói là toàn vẹn cả hai bẽ. Vậy tôi xin ã ã i với toán học và trẽ thẽ vẫn ã i cho gió bẽn phẽẽng trẽ i.